جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

@jove_iut

www.jozve-iut.ir

میان ترم ۹۷۱

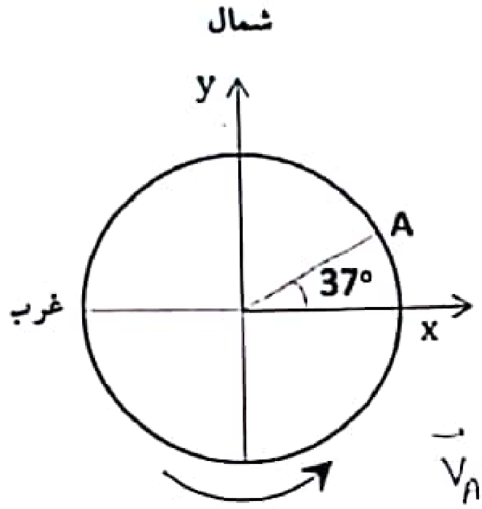
@jozve_iut

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۱- در یک روز بارانی، یک چرخ و فلک عمودی با سرعت ثابت به صورت پادساعتگرد در حال چرخش است. سرعت افرادی که در لبه چرخ و فلک نشسته است، ۲ متر بر ثانیه می‌باشد. در اثر وزش باد، قطرات باران نسبت به ناظر زمین به صورت متمایل به غرب با زاویه ۳۰ درجه نسبت به راستای قائم فرو می‌ریزند. افرادی که در چرخ و فلک نشسته‌اند، هنگامی که از موقعیت A (مطابق شکل) می‌گذرند، سرعت قطرات باران را کاملا عمودی به سمت پایین مشاهده می‌کنند.

الف) بردار سرعت شخص در موقعیت A را بر حسب بردارهای یکه i و j بنویسید.

ب) اندازه سرعت قطرات باران را نسبت به زمین به دست آورید.



الف) $\vec{V}_A = -|\vec{V}_A| \sin 37^\circ \, \hat{i} + |\vec{V}_A| \cos 37^\circ \, \hat{j}$ ← 1 نمره

$|\vec{V}_A| = 2 \Rightarrow \vec{V}_A = -2 \times 0.6 \, \hat{i} + 2 \times 0.8 \, \hat{j} \Rightarrow \vec{V}_A = -1.2 \hat{i} + 1.6 \hat{j}$

1 نمره

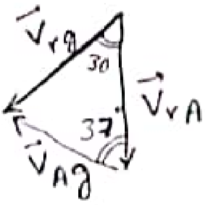
@jozve_iut

ب) رابطه سرعت نسبی: $\vec{V}_{rg} = \vec{V}_{rA} + \vec{V}_{Ag}$ → 0.5 نمره

$\vec{V}_{rg}$: سرعت باران نسبت به زمین

$\vec{V}_{rA}$: سرعت باران نسبت به ناظر A

$\vec{V}_{Ag}$: سرعت ناظر A نسبت به زمین



→ 0.5 نمره شکل

طبق صورت مسئله

$\vec{V}_{rg} = |\vec{V}_r| \cos 30 \, (-\hat{j}) + |\vec{V}_r| \sin 30 \, (-\hat{i}) = -V_r \left(\frac{1}{2}\right) \hat{i} + V_r \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \hat{j}$

بر اساس رابطه سرعت نسبی:

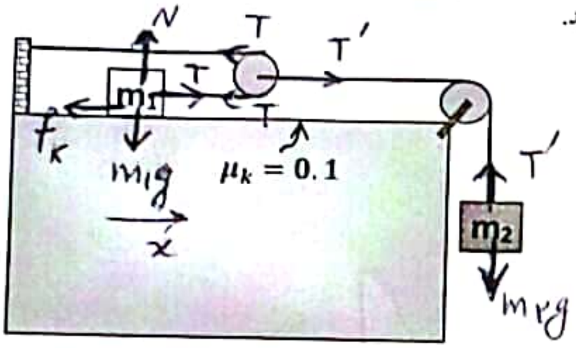
$-V_r \left(\frac{1}{2}\right) \hat{i} + V_r \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j}\right) = (\vec{V}_{rA}) + (-1.2 \hat{i} + 1.6 \hat{j})$ → 1 نمره

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

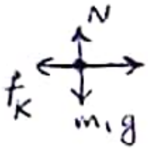
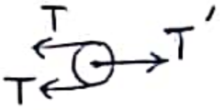
۲- در دستگاه زیر، دو جسم m_1 و m_2 در حال حرکت هستند. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم m_1 و سطح افقی برابر با $\mu_k = 0.1$ و نیز $m_2 = 2m_1$ است. جرم نخ، قرقره ثابت و قرقره متحرک ناچیز می باشد و قرقره‌ها بدون اصطکاک اند.

الف) نمودارهای جسم آزاد جسم m_1 و m_2 را جداگانه رسم کنید.

ب) شتاب جسم m_1 و شتاب جسم m_2 را بیابید. (برحسب g)



الف:

m_1:  ① m_2: (۰/۵) قرقره متحرک: 

ب:

قرقره متحرک: جسم جرم ندارد: $T' - 2T = m' A_{\text{ن}} \rightarrow \boxed{T' = 2T}$ (۰/۵)

@jozve_iut

$m_1: \sum \vec{F} = m\vec{a}$: $x: \boxed{T - f_k = m_1 a_1}$ (۰/۵) , $f_k = \mu_k N = \mu_k m_1 g = 0{,}1 m_1 g$ (۰/۵)

$m_2: \downarrow y$: $\boxed{m_2 g - 2T = m_2 a_2}$ (۰/۵)

و $2\Delta y_2 = \Delta y_1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 2a_2}$ (۰/۵)

$\Rightarrow \begin{cases} T - f_k = m_1 a_1 \\ m_2 g - 2T = m_2 a_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T - 0{,}1 m_1 g = m_1 2a_2 \\ 2m_1 g - 2T = 2m_1 a_2 \end{cases} \xrightarrow{\oplus} 2m_1 g - 0{,}2 m_1 g = 6 m_1 a_2$

راه حل‌ها (۰/۲۵)

$\rightarrow a_2 = \frac{1{,}8}{6} g = \boxed{0{,}3 g}$ (۰/۵) , $\boxed{a_1 = 0{,}6 g}$ (۰/۲۵)

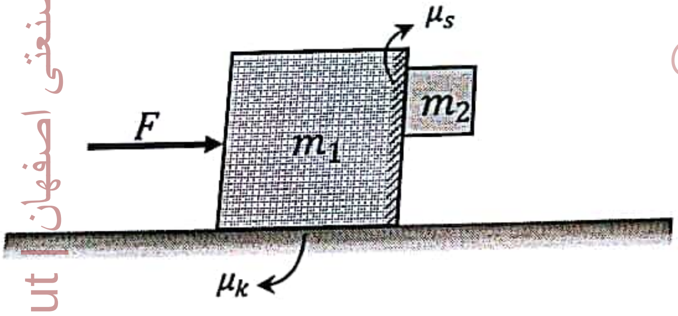
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۳- دو جعبه به جرمهای m_1 و m_2 مطابق شکل در کنار یکدیگر قرار داده شده‌اند. ضریب اصطکاک ایستایی بین این دو جعبه $\mu_s = 0.4$ است. جعبه بزرگتر روی سطح افقی با ضریب اصطکاک لغزشی $\mu_k = 0.1$ قرار داده شده و با نیروی افقی F به جلو رانده می‌شود.

الف) نمودارهای جسم آزاد هر یک از دو جسم را جداگانه رسم کنید.

ب) اگر $m_1 = 3m_2$ باشد، کمینه مقدار نیروی F بر حسب m_2g چقدر باشد تا جعبه کوچکتر به پایین نلغزد؟

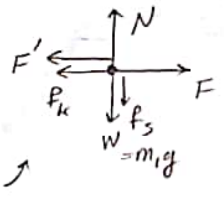
@jozve_iut



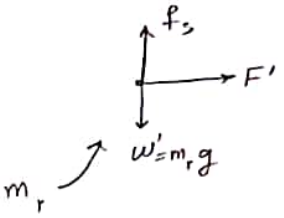
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

پایان ترم

الف) (۰/۷۵)



(۰/۷۵)



ب) $F' = m_2 a$ (۰/۵)

شرط عدم لغزش $f_s \geq m_2 g \Rightarrow \min(f_s) = m_2 g$ (۰/۵)

$F - f_k = (m_1 + m_2) a$ یا $F - F' - f_k = m_1 a$ (۰/۵)

$N - m_1 g - f_s = 0$ (۰/۵)

@jozve_iut

$f_s = m_2 g \Rightarrow \mu_s F' = m_2 g \Rightarrow \mu_s m_2 a = m_2 g \Rightarrow \boxed{a = g/\mu_s}$ (۰/۵)

$F - f_k = 4 m_2 a \Rightarrow F - \mu_k (m_1 g + f_s) = 4 m_2 a \Rightarrow F - \mu_k (m_1 + m_2) g = 4 m_2 a$ (۰/۵)

$\Rightarrow F - 4 \mu_k m_2 g = 4/\mu_s \, m_2 g \Rightarrow F = 0/24 \, m_2 g + 10 \, m_2 g \Rightarrow \boxed{F = 10/24 \, m_2 g}$

(۰/۵)

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۱- جسمی به جرم یک کیلوگرم برروی یک سطح افقی تحت تأثیر نیروی افقی $F(x) = 4 - x^2$ که در جهت مثبت محور x وارد می‌شود، از مبدأ مختصات با سرعت اولیه صفر شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی $\mu_k = 0.1$ است.

الف) کار نیروی $F(x)$ را در بازه‌ی $x_1 = 0$ تا $x_2 = x$ به دست آورید. ← ۱/۵

ب) در چه مکانی جسم به طور لحظه‌ای متوقف می‌شود؟ ← ۱/۷۵

ج) در چه مکانی (قبل از توقف لحظه‌ای) سرعت جسم بیشینه می‌شود؟ ← ۱/۷۵

الف) $W_F = \int_0^x F(x')dx'$ — ۰/۵ : اشاره به انتگرال رابطه کار

$= \int_0^x (4 - x'^2)dx' = (4x' - \frac{x'^3}{3})\Big|_0^x$ — ۰/۵ : محاسبات

$= 4x - \frac{x^3}{3}$ — ۰/۲۵ : پاسخ نهایی

ب) $W_{f_k} = -\mu_k N \Delta d = -\mu_k mg(x - 0)$ — ۰/۲۵ : رابطه کار نیروی اصطکاک

$= -0.1 \times 1 \times 10\, x = -x$ — ۰/۲۵ : بدست آوردن $-x$

$\Delta k = W_F + W_{f_k}$ — ۰/۵ : نوشتن رابطه

$\Rightarrow 0 - 0 = 4x - \frac{x^3}{3} - x$ — ۰/۲۵ : $\Delta k = 0$

$\Rightarrow x = 3m$ — ۰/۲۵ : پاسخ نهایی

ج) $F_{tot} = F(x) + f_k = 4 - x^2 - \mu_k mg = 4 - x^2 - 1$ — ۰/۷۵ : نوشتن نیروی برآیند

(۰/۲۵ نیروی F — ۰/۵ اصطکاک)

$4 - x^2 - 1 = 0$ — ۰/۲۵ : برابر صفر قرار دادن

$x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} \simeq 1.7\ m$ — ۰/۵ : محاسبه تا انتها (درصورت اشتباه در محاسبه و کامل کردن آن تا انتها این نمره لحاظ می‌شود)

@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

بعضا از این راه هم نوشته‌اند

ب) ۰/۵ نوشتن ۴ و شکل درست

$$F_x = 4 - x^2 - \mu_k mg = 4 - x^2 \cdot 1 = 3 - x^2 = ma$$

$$\Rightarrow 3 - x^2 = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx} = mv\frac{dv}{dx}$$ ۰/۲۵

انتگرال ۰/۲۵

$$\Rightarrow \int_0^x (3 - x'^2)\,dx' = \int_0^v mv'\,dv'$$

محاسبه انتگرال ۰/۲۵

$$\Rightarrow 3x - \frac{x^3}{3} = m\frac{v^2}{2}$$

$v = 0$ توقف ۰/۲۵

$$\Rightarrow 3x = \frac{x^3}{3} \Rightarrow x = 3\ (m)$$ پاسخ نهایی ۰/۲۵

ج)

۰/۵ : نوشتن رابطه پایستگی انرژی

$$\Delta K = W_F + W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = 4x - \frac{x^3}{3} - \mu_k mgx = 3x - \frac{x^3}{3}$$

$$\frac{d}{dx} \Rightarrow mv\frac{dv}{dx} = 3 - x^2$$

۰/۵ : اشاره به مشتق گیری و صفر قرار دادن مشتق نسبت به x

$\frac{dv}{dx} = 0$ بیشینه $\Rightarrow$ $x = \sqrt{3}\ (m)$

پاسخ نهایی : ۰/۲۵

۰/۵ : انجام محاسبات تا انتها (برای انرژی ۰/۲۵ و برای مشتق ۰/۲۵)

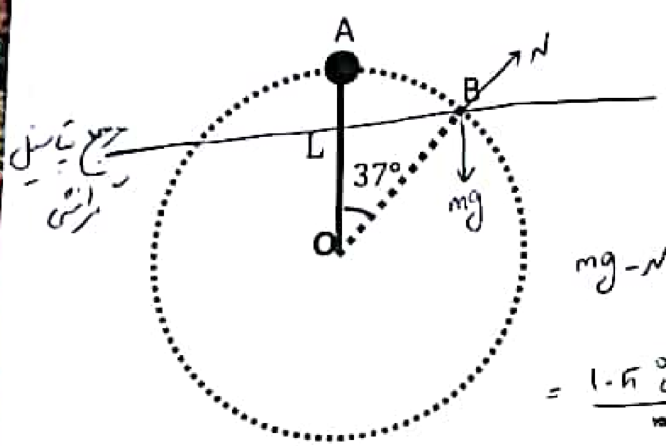
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | jozve_iut@
@jozve_iut

یک سر میله نازک و سبک به طول L در نقطه O لولا شده است و سر دیگر میله به جسم کوچک به جرم m متصل شده است، به طوری که مجموعه می تواند آزادانه در صفحه قائم بچرخد.

الف) اگر سرعت m در نقطه A (بالاترین نقطه مسیر دایره ای) برابر $v_A = \sqrt{1.5\,gL}$ باشد، نیرویی را که میله در این نقطه به جسم m وارد می‌کند، بر حسب mg به دست آورید و جهت آن را تعیین کنید.

ب) اگر $v_A = \sqrt{0.4\,gL}$ باشد، جهت و اندازه نیرویی را که میله، در نقطه A بر m وارد می‌کند، تعیین کنید.

ج) اگر انرژی جنبشی m در نقطه A برابر $0.2mgL$ باشد، نمودار جسم آزاد m را در نقطه B (جایی که میله با امتداد قائم زاویه $37°$ می سازد) رسم کنید و نیرویی را که میله، در این نقطه بر m وارد می کند، به دست آورید.



الف) (۱نمره)

$$mg - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow mg - N = \frac{m}{R}(1.5\,gL)$$

$$= \frac{1.5\,gLm}{L} = 1.5\,mg \Rightarrow mg - N = 1.5\,mg \Rightarrow N = -\frac{1}{2}mg$$

درنتیجه N به سمت پایین است.

ب) (۱نمره)

$$mg - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow mg - N = \frac{m}{L}(0.4\,gL) = 0.4\,mg \Rightarrow N = 0.6\,mg$$

دراین حالت N به سمت بالا است.

ج) (۳نمره)

$$\frac{1}{2}mv^2 = 0.2\,mgL \Rightarrow v^2 = 0.4\,gL \Rightarrow v_A = \sqrt{0.4\,gL}$$

$$mg\cos 37° - N = \frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow 0.8\,mg - N = \frac{mv_B^2}{L} \quad (1)$$

پایستگی انرژی: $E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgL(1-\cos 37°) = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow$

$$0.2\,mgL + 0.2\,mgL = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 0.8\,gL = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{0.8\,gL}$$

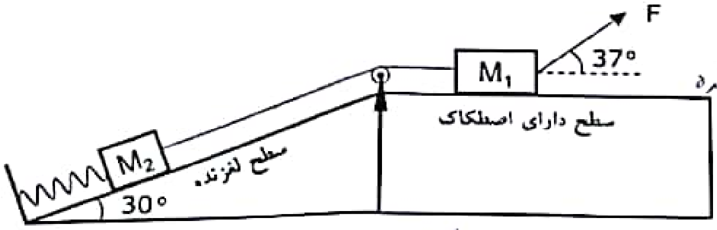
$$(1) \Rightarrow 0.8\,mg - N = \left(\frac{m}{L}\right)(0.8\,gL) \Rightarrow N = 0$$

@jozve_iut

۶- مطابق شکل جسم‌های $M_1 = 3.2\ kg$ و $M_2 = 0.8\ kg$ با طناب سبکی که از روی یک قرقره سبک و بدون اصطکاک گذشته است، به هم متصل شده‌اند و جسم M_2 از طرف دیگر توسط فنر سبکی با ثابت $160\ N/m$ به یک تکیه‌گاه متصل شده است. سطح زیر M_2 لغزنده و بدون اصطکاک و سطح زیر M_1 دارای ضریب اصطکاک جنبشی 0.5 می‌باشد. ابتدا دستگاه در حال سکون و فنر در حالت عادی است. جسم M_1 را توسط نیروی $F = 40\ N$ به مسافت $25\ cm$ روی سطح افقی به سمت راست می‌کشیم. در اثر این جابجایی:

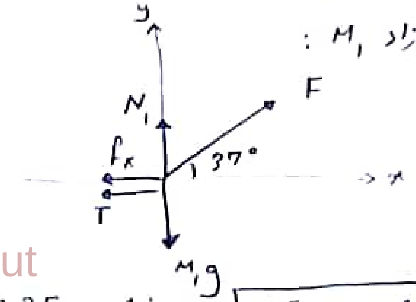
الف) چند ژول انرژی گرمایی تولید می‌شود؟ ۲ نمره

ب) انرژی جنبشی کل دستگاه چقدر خواهد شد؟ ۳ نمره



الف) انرژی گرمایی تولید شده ناشی از کاری است که نیروی اصطکاک انجام می‌دهد.

نمودار آزاد: M_1



$\hat{y}: \quad N_1 + F\sin 37° - M_1 g = 0$ (۰/۵)

$\rightarrow N_1 = M_1 g - F\sin 37°$

$= 3.2\times 10 - 40\times 0.6 = 8\ N \rightarrow \boxed{N_1 = 8\ N}$ (۰/۵)

$W_{f_k} = \vec{f}_k\cdot\vec{x} = -f_k x = -\mu_k N_1 x$ (۰/۵) $= -0.5\times 8\times 0.25 = -1j \rightarrow \boxed{\Delta E_{th} = +1j}$ (۰/۵)

ب)

$W_F + W_{f_k} = \sum\Delta U + \sum\Delta K$ (۰/۵)

$\rightarrow \vec{F}\cdot\vec{x} + \vec{f}_k\cdot\vec{x} = \Delta U_{g_1} + \Delta U_{g_2} + \Delta U_s + \Delta K$

$\rightarrow F x\cos 37° - \mu_k N_1 x = M_2 g x\sin 30° + \frac{1}{2}kx^2 + \Delta K$ (۰/۷۵) (۰/۷۵) (۰/۵)

$\rightarrow \Delta K = F x\cos 37° - \mu_k N_1 x - M_2 g x\sin 30° - \frac{1}{2}kx^2$

$= 40\times 0.25\times 0.8 - 0.5\times 8\times 0.25 - 0.8\times 10\times 0.25 - \frac{1}{2}\times 160\times(0.25)^2$

$= 8 - 1 - 1 - 5 = 1j \rightarrow \boxed{\Delta K = 1j}$ (۰/۵)

@jozve_iut
@jozve_iut | کانال جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

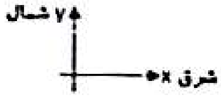
میان ترم ۹۶۱

@jozve_iut

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۱. رودخانه‌ای به عرض 200 متر را در نظر بگیرید، که آب آن با سرعت یکنواخت 2 m/s به سمت شرق در جریان است. قایقی با سرعت $4\sqrt{2}$ m/s نسبت به آب رودخانه از کناره‌ی جنوبی به سمت شمال شرقی با زاویه 45 درجه نسبت به شمال شروع به حرکت می‌کند.

الف) بردار سرعت قایق را نسبت به زمین برحسب بردارهای یکه $\hat{i}$ و $\hat{j}$ در دستگاه مختصات زیر بدست آورید. ۲ نمره



ب) اندازه‌ی سرعت قایق را نسبت به زمین بدست آورید. ۱ نمره

ج) چقدر طول می‌کشد تا قایق عرض رودخانه را بپیماید؟ ۱/۵ نمره

د) سمت‌گیری قایق (نسبت به راستای شمال) در چه جهتی باشد تا در کمترین زمان ممکن به جایی در کناره‌ی شمالی رودخانه برسد؟ ۱/۵ نمره

الف) سرعت قایق نسبت به زمین = سرعت قایق نسبت به آب + سرعت آب نسبت به زمین

$V = (4\sqrt{2}\cos 45^\circ\,\hat{i} + 4\sqrt{2}\sin 45^\circ\,\hat{j}) + 2\hat{i}$

$V = (4\hat{i} + 4\hat{j}) + 2\hat{i}$

$V = 6\hat{i} + 4\hat{j}$ — ۲ نمره

ب) $V = \sqrt{(6)^2 + (4)^2} = \sqrt{52}$ — ۱ نمره

@jozve_iut

ج) $x = vt$

$200 = (4\sqrt{2}\sin 45^\circ)t \Rightarrow$

$t = \frac{200}{4} = 50(s)$ — ۱/۵ نمره

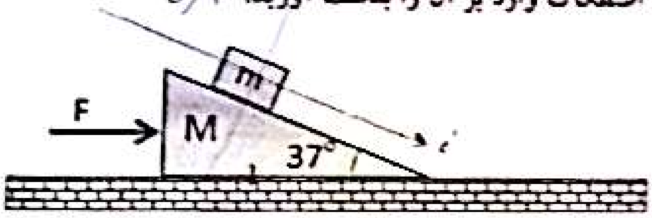
د) زاویه جهت‌گیری قایق نسبت به راستای شمال باید صفر درجه باشد. — ۱/۵ نمره

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۲. در دستگاه زیر، جرم سطح شیب‌دار M ، هفت برابر جرم جسم m است (M = 7m) و ضریب اصطکاک بین سطح شیب‌دار و سطح زیر آن ناچیز است. اما در سطح تماس جسم m و سطح شیب‌دار داریم $\mu_s = 0.3$ و $\mu_k = 0.2$ هنگامی که نیروی افقی F = 6 mg بر سطح شیب‌دار وارد می‌شود، مشاهده می‌کنیم که جسم m نسبت به سطح شیب‌دار ساکن می‌ماند:

الف) اندازه و جهت شتاب جسم m را تعیین کنید. $(g = 10\,m/s^2)$ ۰/۲

ب) نمودار جسم آزاد m را رسم کرده، سپس اندازه نیروی اصطکاک وارد بر آن را بدست آورید. ۰/۳ نمره



سیر حل (۰/۱۵) نمره   جواب آخر (۰/۱۵ نمره)

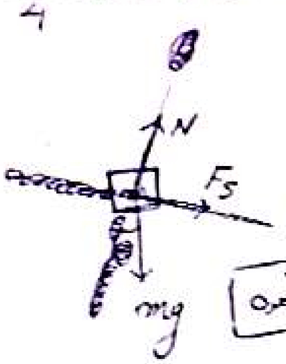
الف)

۱ نمره فرمول

$F = (M+m)a \longrightarrow a = \frac{F}{m+M} = \frac{6mg}{8m} = \frac{3}{4} \times 10 = 7.5\ m/s^2$

$a = 7.5\,\hat{i}$

ب)



۱ نمره

۱ نمره

(۱) $mg = N\cos 37^\circ + F_s \sin 37^\circ$

۱ نمره

(۲) $N\sin 37^\circ - F_s \cos 37^\circ = ma$

$mg = N\frac{4}{5} + F_s\frac{3}{5} \longrightarrow 3mg = N\frac{12}{5} + F_s\frac{9}{5}$

$ma = N\frac{3}{5} - F_s\frac{4}{5} \longrightarrow 4ma = N\frac{12}{5} - F_s\frac{16}{5}$

راه حل (۰/۱۵)

$\Rightarrow 3mg - 4ma = F_s\frac{25}{5}$

$30m - 30m = F_s(5)$ $F_s = 0$

جواب آخر (۰/۱۵)

نکته) F_s را می‌توان در جهت برعکس هم فرض کرد و مسئله را دوباره حل کرد

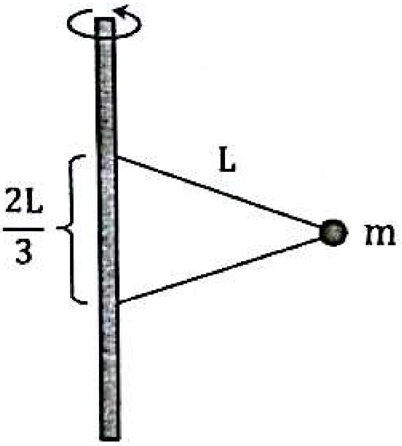
در هر دو صورت $F_s = 0$ خواهد بود.

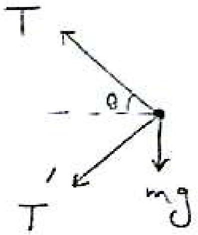
@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۳. گلوله‌ای به جرم m ، مطابق شکل توسط دو طناب به میله‌ای عمودی متصل شده است و میله با سرعت ثابت حول محور خود می‌چرخد (گلوله در صفحه افقی، حول میله دوران می‌کند). طول هر یک از طناب‌ها L و فاصله نقاط اتصال روی میله $2L/3$ است.

الف) نمودار جسم آزاد گلوله را رسم کنید.

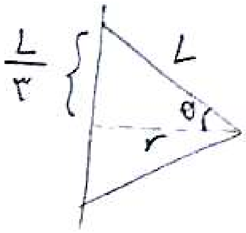
ب) سرعت دوران گلوله حول محور عمودی را طوری تعیین کنید (برحسب L و g) که نیروی کشش طناب پایینی نصف نیروی کشش طناب بالایی باشد.





الف) ۱/۵ نمره

ب)



$\sin\theta = \dfrac{L/3}{L} = \dfrac{1}{3}$ ۰/۵ نمره

$\Rightarrow \cos\theta = \sqrt{1-\dfrac{1}{9}} = \dfrac{\sqrt{8}}{3}$

۲ نمره

$$(1)\quad T\cos\theta + T'\cos\theta = \frac{mv^2}{r}$$
$$(2)\quad T\sin\theta = T'\sin\theta + mg$$

$T' = \dfrac{T}{2}$

$r = L\cos\theta$

$(2) \Rightarrow \dfrac{T}{2}\sin\theta = mg \Rightarrow T = 6mg\ ,\ T' = 3mg$

$(1) \Rightarrow 9mg\cos\theta = \dfrac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = 9Lg\cos^2\theta$ ($\cos^2\theta = \dfrac{8}{9}$)

$\Rightarrow v = \sqrt{8Lg}$ نمره ۲

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان @jozve_iut
@jozve_iut

٤. جسمی به جرم $2\,kg$ تحت اثر نیروی افقی و متغیر $F(x) = ax^2 + bx^3$ در راستای محور x در حرکت است ($a = 6\,N/m^2$ ، $b = 4\,N/m^3$). ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی برابر با $\mu_k = 0.25$ می‌باشد. اگر سرعت جسم در $x_1 = 1\,m$ برابر با $v_1 = 1\,m/s$ باشد، در جابجایی جسم از $x_1 = 1\,m$ تا $x_2 = 2\,m$:

الف) نیروی $F(x)$ چقدر کار روی جسم انجام می‌دهد؟ ۲ نمره

ب) انرژی گرمایی تولید شده در طول این جابجایی را به دست آورید. ($g = 10\,m/s^2$) ۲ نمره

ج) سرعت جسم در $x_2 = 2\,m$ چقدر است؟ ۲ نمره

الف) $W = \int_1^2 F(x)\,dx = \int_1^2 (6x^2 + 4x^3)\,dx$ (۱)

$= \frac{6}{3}x^3\Big|_1^2 + \frac{4}{4}x^4\Big|_1^2 = 2(8-1) + 16 - 1$

$= 29 \rightarrow \boxed{W = 29\,J}$ (۱)

ب) $f_k = \mu_k mg = 0{,}25 \times 2 \times 10 = 5\,N$ (۱)

@jozve_iut

$W_{f_k} = -\mu_k mgd = -0{,}25 \times 2 \times 10 \times (2-1) = -5\,J$

$\Rightarrow \boxed{E_{th} = 5\,J}$ (۱)

ج) روش اول: $W_{ext} = \Delta K + \Delta E_{th}$ (۱) $\rightarrow 29 = \frac{1}{2}\, \underset{2}{m}\,(v_2^2 - \underset{1}{v_1^2}) + 5$

$\rightarrow 24 = v_2^2 - 1 \rightarrow \boxed{v_2 = 5\,m/s}$ (۱)

روش دوم: $W_{total} = \Delta k \rightarrow W_{ext} + W_{f_k} = \Delta k \rightarrow 29 - 5 = \Delta k$

و با انجام محاسبات مشابه $v_2 = 5\,m/s$ نتیجه می‌شود.

توجه: روش استفاده از معادلات حرکت در اینجا پاسخ نمی‌دهد به این دلیل که $x(t)$ را نمی‌دانیم

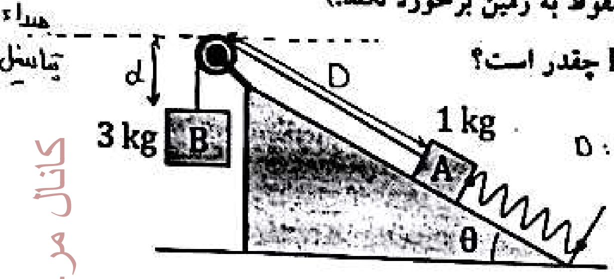
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۵. مطابق شکل جسم A به جرم 1 kg روی سطح شیب‌داری با زاویه شیب $\theta = 37^\circ$ قرار دارد و توسط نخ و قرقره سبکی به جسم B به جرم 3 kg متصل شده است. جسم A به فنر سبکی با ثابت $k = 200\frac{N}{m}$ متصل شده و سر دیگر فنر روی دیواره ثابت شده است. ضریب اصطکاک جنبشی بین قطعه A و سطح شیب‌دار $\mu_k = 0.5$ می‌باشد. زمانی که فنر در حالت عادی است (کشیده یا فشرده نیست)، مجموعه از حال سکون رها می‌شود:

الف) جسم B حداکثر چقدر سقوط می‌کند؟ (فرض کنید که در حین سقوط به زمین برخورد نکند.)

ب) زمانی که فنر به اندازه 10 cm کشیده شود، انرژی جنبشی جسم B چقدر است؟

$(g = 10\,m/s^2)$



الف) میزان کشیدگی فنر : x ، فاصله A روی سطح شیبدار تا ابتدا : D (در حالت تعادل)

نیروهایی که در مسئله کار انجام می‌دهند : نیروی اصطکاک ، نیروی گرانش ، نیروی فنر

رابطه مورد استفاده : $\Delta E_{mec} + \Delta E_{th} = 0$

حالت اولیه : فنر در حالت تعادل

(گرانش، فنر)

$$E_{mec,1} = K_1 + U_{g1} + U_{s1} = 0 - M_B g d - D M_A g \sin\theta + 0$$

حالت ثانویه : فنر در حداکثر کشیدگی ، به همان میزان که فنر کشیده شود ؛ جسم B پایین می‌رود :

$$E_{mec,2} = K_2 + U_{g2} + U_{s2} = 0 - M_B g (d+x) - (D-x) M_A g \sin\theta + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\Delta E_{mec} = E_{mec2} - E_{mec1} = -M_B g x + M_A g x \sin\theta + \frac{1}{2}kx^2 \quad (1)$$

$$\Delta E_{mec} = -\Delta E_{th} = W_{f_k} \,,\quad W_{f_k} = -\mu_k (\underbrace{M_A g \cos\theta}_{N_A}) x \quad (2)$$

(1), (2):

$$-M_B g x + M_A g x \sin\theta + \frac{1}{2}kx^2 = -\mu_k M_A g \cos\theta\, x$$

عددگذاری:

$$-3gx + g x \sin 37^\circ + \frac{1}{2}(200)x = 0.5\, g \cos 37^\circ\, x$$

$g = 10 \Rightarrow$

$$100x^2 - 20x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{حالت اولیه حرکت} \\ x = 0.2\,m = 20\,cm \rightarrow \text{حداکثر کشیدگی فنر} \end{cases}$$

بارم‌بندی : نوشتن ΔE_{mec} به هر شیوه اما به صورت صحیح 2 نمره

نوشتن رابطه $\Delta E_{mec} = -\Delta E_{th}$ و استفاده از آن 1 نمره

نوشتن کار نیروی اصطکاک با علامت صحیح 1 نمره

محاسبات عددی و پاسخ نهایی 0.5 نمره

در کل قسمت الف 4.5 نمره خواهد داشت

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut
@jozve_iut

حل قسمت ب)

حالت اولیه : فنر در حال تعادل

حالت ثانویه : فنر 10cm کشیده شده

با استفاده از روابط قسمت الف :

$x' = 10\ cm$

0,5

$$\Delta E_{mec} = \underbrace{\frac{1}{2}(M_A + M_B)v^2}_{K_2} + M_A g x' \cos\theta - M_B g x' + \frac{1}{2}k x'^2$$

$$W_{f_k} = -\mu_k M_A g \cos\theta\, x'$$

$$\Delta E_{mec} = W_{f_k}$$

عددگذاری

$$\Rightarrow K_2 + 10x' * 0{,}6 - 30x' + 100x'^2 = -0{,}5 * 10 * 0{,}8 * x' \qquad 0{,}5$$

$x' = 10cm = 0{,}1m$

$$\Rightarrow K_2 = 1\ (J)$$

$$\frac{K_B}{K_A + K_B} = \frac{\frac{1}{2}M_B v^2}{\frac{1}{2}(M_A + M_B)v^2} = \frac{M_B}{M_A + M_B} = \frac{3}{4} \Rightarrow K_B = \frac{3}{4}K_2 = \frac{3}{4}\ J \qquad 0{,}5$$

بارم بندی : آوردن انرژی جنبشی به رابطه نوشته شده برای انرژی مکانیکی 0,5 نمره

محاسبات عددی 0,5 نمره

محاسبه K_B در حالت ثانویه 0,5 نمره

@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

میان ترم 951

@jozve_iut

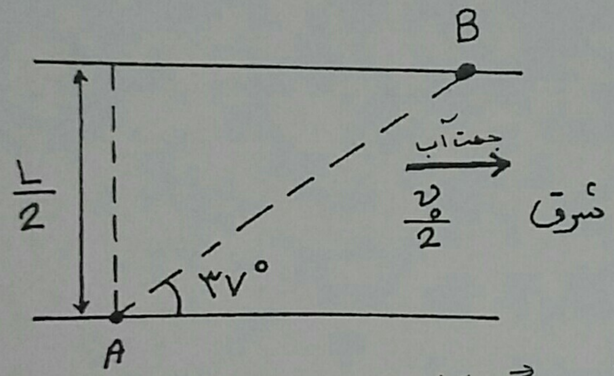
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۱. رودخانه‌ای به عرض $\frac{L}{2}$ در نظر بگیرید. قایقرانی می‌خواهد به طور مستقیم از A به B (مطابق شکل) برود. با فرض ساکن بودن آب، قایقران این مسیر را طی می‌کند. اگر آب در رودخانه، با سرعت $\frac{v_0}{2}$ به سمت شرق جریان یابد:

الف) سرعت قایق نسبت به آب و سمتگیری قایق در چه جهتی باشد (بر حسب v_0 و بردارهای یکه $\hat{i}$ و $\hat{j}$ در دستگاه y ، x) تا با سرعت v_0 به نقطه‌ی B برسد؟(محاسبه‌ی سینوس یا تانژانت زاویه‌ی سمت‌گیری کافی است.)

ب) چقدر طول می‌کشد تا قایق به نقطه‌ی B برسد؟(بر حسب معلومات مسئله)

(۴ نمره)



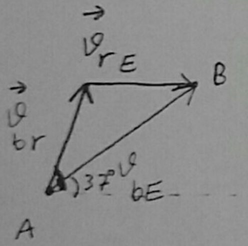
b = قایق

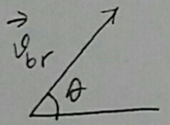
r = رودخانه

E = زمین

@jozve_iut

۱ نمره $\vec{v}_{bE} = \vec{v}_{br} + \vec{v}_{rE} \Rightarrow \vec{v}_{br} = \vec{v}_{bE} - \vec{v}_{rE}$





۱ نمره

$$\begin{cases} v_{br,x} = v_0 \cos 37^\circ - v_0/2 = 0/8 v_0 - 0/5 v_0 = 0/3 v_0 \\ v_{br,y} = v_0 \sin 37^\circ = 0/6 v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{br,y}}{v_{br,x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0/6}{0/3}\right) = tg^{-1}(2)$$ ۰/۵ نمره

$$|v_{br}| = \sqrt{(0/3 v_0)^2 + (0/6 v_0)^2} = \dots$$

(ب

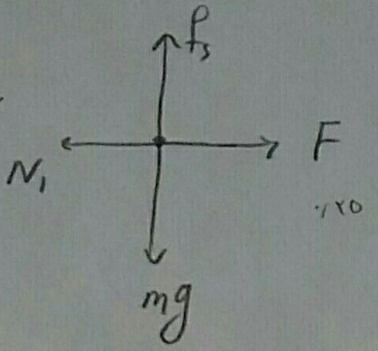
۱ نمره $\Delta y = \frac{L}{2}, \quad v_{bE,y} = v_0 \sin 37^\circ = 0/6\, v_0$

$$\Rightarrow y - y_0 = v_{bE,y}\, t \Rightarrow t = \frac{L/2}{0/6\, v_0} = \frac{L}{1/2\, v_0}$$

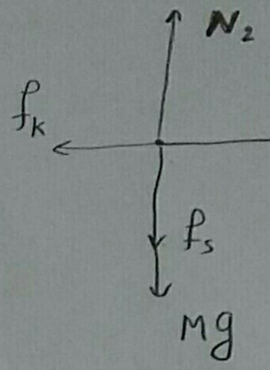
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

سوال 2)

نمودار جسم آزاد m

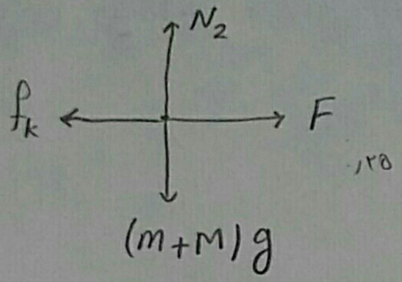


نمودار جسم آزاد M



نمودارها ۱ نمره

نمودار جسم آزاد (m+M)



الف) شرط اینکه m نلغزد $\Rightarrow$

$f_{s\max} - mg = 0$ ۰/۲۵

$\mu_s \cdot N_1 - mg = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{mg}{\mu_s}$ ۰/۲۵

برای (m+M) $\Rightarrow$

$N_2 - (m+M)g = 0 \Rightarrow N_2 = (m+M)g = 6mg$ ۰/۲۵

$F - f_k = (m+M)a \Rightarrow F - \mu_k \cdot N_2 = (m+M)a$ ۰/۲۵

@jozve_iut

$\Rightarrow F - 6mg\mu_k = 6ma$

$\Rightarrow \begin{cases} F - 6mg\mu_k = 6ma \\ F - N_1 = ma \end{cases} \Rightarrow F - 6mg\mu_k = 6(F - N_1) = 6F - \frac{6mg}{\mu_s}$ ۰/۵

$5F = 6mg\left(\frac{1}{\mu_s} - \mu_k\right) = \frac{6}{5}(2.3)mg = 2.76\,mg$

ب) $F - N_1 = ma \Rightarrow 2.76\,mg - \frac{mg}{\mu_s} = ma$

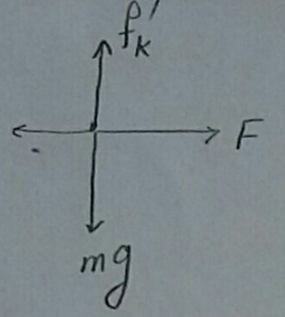
$\Rightarrow a = 27.6 - 25 = 2.6\ m/s^2$ ۰/۵

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

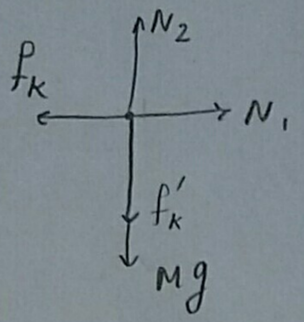
سوال ۲

ج)

نمودار m



نمودار M



برای جرم m

① $mg - f'_k = ma_y \Rightarrow mg - \mu_k \cdot N_1 = ma_y$ ۰/۷۵

② $F - N_1 = ma_x$ ۰/۵

برای جرم M

③ $N_1 - f_k = Ma_x \Rightarrow N_1 - \mu_k \cdot N_2 = Ma_x$ ۰/۵

④ $N_2 - f'_k - Mg = 0 \Rightarrow N_2 = Mg + \mu_k \cdot N_1$ ۰/۵

③ $\Rightarrow N_1 - \mu_k \cdot (Mg + \mu_k \cdot N_1) = Ma_x = 5ma_x = 5(F - N_1)$

@jozve_iut

$\Rightarrow N_1 - \mu_k(5mg + \mu_k \cdot N_1) = 5F - 5N_1$

$\Rightarrow N_1(6 - \mu_k^2) = 5F + 5mg\mu_k = 10mg + mg = 11mg$

$\Rightarrow N_1 = \frac{11mg}{5.96} = 1.85mg$

$\Rightarrow F - N_1 = ma_x \Rightarrow 2mg - 1.85mg = ma_x \Rightarrow a_x = 20 - 18.5 = 1.5 \ m/s^2$

① از طرفی $\Rightarrow mg - \mu_k \cdot N_1 = ma_y \Rightarrow mg - 1.85mg\mu_k = ma_y$

$a_y = 10 - 3.7 = 6.3 \ m/s^2$

۰/۷۵ ← محاسبات و جواب

$\vec{a} = 1.5\hat{i} - 6.3\hat{j}$

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۳. مطابق شکل سورتمه‌ای به جرم m توسط اسبی به جرم $M' = 5m$ روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = 0.5$ طوری کشیده می‌شود که شتاب مشترک آنها $a = \frac{g}{10}$ است.

الف) با رسم نمودار جسم آزاد برای سورتمه، نیروی کشش طناب افقی را بر حسب mg به دست آورید.

ب) با رسم نمودار جسم آزاد برای اسب، نیروی اصطکاک وارد بر اسب را به دست آورید.

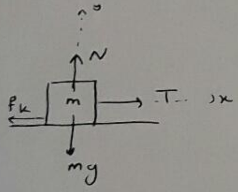
ج) با استفاده از برایند نیروهای اصطکاک فوق نیز شتاب مجموعه را به دست آورید.

د) برای عدم لغزش پاهای اسب (نعل‌ها) حداقل ضریب اصطکاک بین نعل‌ها و زمین را محاسبه کنید.

(۶ نمره)

@jozve_iut

الف)

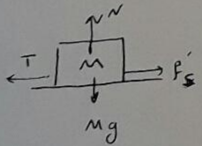


$y: N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$

$x: T - f_k = m a_x = \frac{mg}{10}$, $f_k = N\mu_k = \frac{mg}{2}$

$\Rightarrow T = \frac{6}{10} mg$ (۲)

ب)

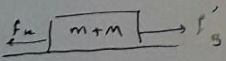


$y: N' - Mg = 0 \Rightarrow N' = Mg$

$x: f'_s - T = M a_x$, $T = \frac{6}{10} mg$ $\quad M = 5m$

$\Rightarrow f'_s = T + 5m a_x \Rightarrow f'_s = \frac{11}{10} mg$ (۱/۵)

ج)



$f'_s - f_k = (m+M)a$

$\frac{11}{10} mg - \frac{1}{2} mg = 6 m a \Rightarrow a = \frac{1}{10} g$ (۱)

د)

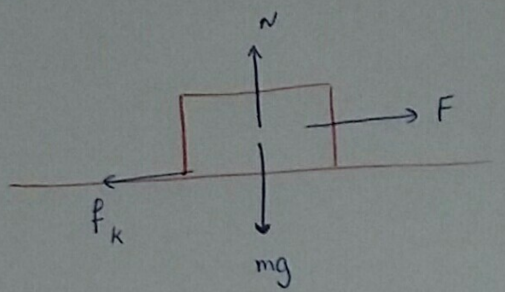
$f_{s,max} \geq f'_s$

$N'\mu_s \geq \frac{11}{10} mg \Rightarrow Mg\mu_s \geq \frac{11}{10} mg$ (۱/۵)

$\Rightarrow \mu_s \geq 11/50 \xrightarrow{\text{حداقل}} \mu_s = \frac{11}{50}$

سؤال ٤ :

٦ نمره



$\vec{F} = (\alpha x + \beta x^2)\hat{i}$ متغیر

$\beta = -3$

$m = 2 \ kg$

$\mu_k = 0/5$

$x_1 = 2$

$x_2 = 5$

$V_1 = 10 \ m/s$

$V_2 = 20 \ m/s$

---

۲ نمره

$W_{کل} = \Delta K$

$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2}(2)(10)^2 = 100 \ J$

$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 = \frac{1}{2}(2)(20)^2 = 400 \ J$

$\Delta K = K_2 - K_1 = 400 - 100 = 300 \ J$

۳/۵ نمره

$W_{کل} = W_f + W_F$

$\begin{cases} N = mg \\ d = x_2 - x_1 = 5 - 2 = 3 \end{cases}$

$f_k = \mu_k N = \mu_k mg$

$W_{f_k} = -f_k d = -\mu_k mg d = -(0/5)\times(2)\times(10)\times(3) = -30 \ J$

$W_F = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int (\alpha x + \beta x^2) dx = \alpha \frac{1}{2} x^2 \Big]_{x_1}^{x_2} + \beta \frac{1}{3} x^3 \Big]_{x_1}^{x_2}$

$= \frac{\alpha}{2}[(5)^2 - (2)^2] + \frac{\beta}{3}[(5)^3 - (2)^3] = \alpha \frac{21}{2} + \beta \frac{117}{3} = \alpha \frac{21}{2} - 117$

۰/۵ نمره

$W_{کل} = \Delta K$

$(\alpha \frac{21}{2} - 117) - 30 = 300 \Rightarrow (\alpha \frac{21}{2} - 117) = 330$

$\Rightarrow \alpha = \frac{447 \times 2}{21} = 42/57$

@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

۵. مطابق شکل جسم کوچک m به جرم ۱۰۰ گرم روی فنری با ثابت فنر k گذاشته شده است. فنر را با جسم به اندازه‌ی ۶ سانتی متر متراکم کرده سپس مجموعه را از حال سکون رها می‌کنیم. (شعاع حلقه در شکل ۱۲ سانتی‌متر و فاصله A تا B قبل از فشرده شدن فنر ۳۰ سانتی‌متر است و سطح بین جسم و دیواره در کل مسیر بدون اصطکاک است.)

الف) حداقل ثابت فنر k را چنان تعیین کنید که جسم بتواند بدون جدا شدن از حلقه آن را دور بزند.

اگر ثابت فنر $k = 300\frac{N}{m}$ باشد:

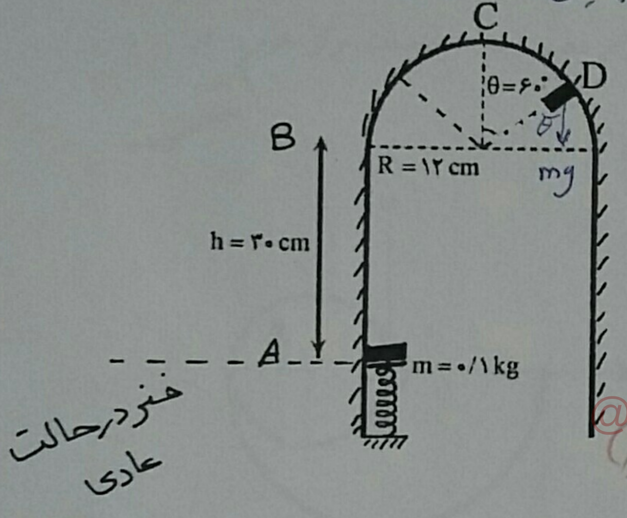
ب) شتاب شعاعی (مرکزگرا) و اندازه‌ی شتاب کل جسم m را در نقطه‌ی D به دست آورید.

ج) نیروی عمودی سطح در نقطه‌ی D را به دست آورید. (نمودار جسم آزاد m در نقطه‌ی D را رسم کنید.)

(۶ نمره)

(۲)

نیروهای پایستار ← پایستگی انرژی مکانیکی



(۰٫۲۵) $E_1 = E_2$

(۰٫۵) $C: \; mg = \frac{mv^2}{R} \longrightarrow v^2 = Rg$

$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$ (۰٫۵)

$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mRg + mgh_C$

(۰٫۵) $\frac{1}{2}k(0.06)^2 = mg(0.12) + 2mg(0.3 + 0.12 + 0.06)$

$k = 300 \frac{N}{m}$ (۰٫۲۵)

(۲٫۵) ب)

(۰٫۵) $ma_T = mg\sin\theta \rightarrow a_T = g\sin\theta \Rightarrow a_T = 10 \times \sin 60 = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\frac{m}{s^2}$

$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow \frac{1}{2}(300)(0.06)^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mg(0.3 + 0.06 + \underbrace{R\cos 60}_{0.06})$

$0.54 = 0.05v_D^2 + 0.42 \rightarrow v_D^2 = 2.4 \frac{m}{s}$ (۱) , $a_R = \frac{v_D^2}{R} = \frac{2.4}{0.12} = 20 \frac{m}{s^2}$ (۰٫۵)

(۰٫۵) $a_T = \sqrt{a_R^2 + a_T^2} = \sqrt{(20)^2 + (5\sqrt{3})^2}$

(۱٫۵) ج)

(۱)

$N + mg\cos\theta = ma_R$

$N = ma_R - mg\cos\theta = 2 - \frac{1}{2} = 1.5 N$

(۰٫۵)

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

@jozve_iut

جای خالی میله ↑

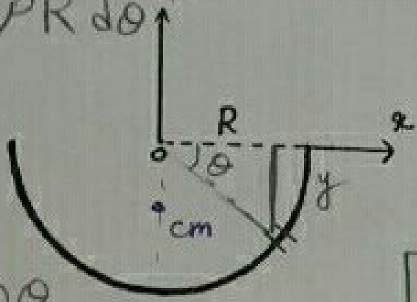
۶. الف) مختصات مرکز جرم میله‌ی یکنواخت باریکی به شکل نیمدایره به شعاع R را در دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل، به دست آورید.

$m = \rho l = \rho(\pi R)$

$dm = \rho dl = \rho R d\theta$

$\sin\theta = \frac{y}{R}$

$\Rightarrow y = R\sin\theta$



به دلیل تقارن مرکز جرم روی محور y قرار دارد ← لذا $\boxed{x_{com} = 0}$

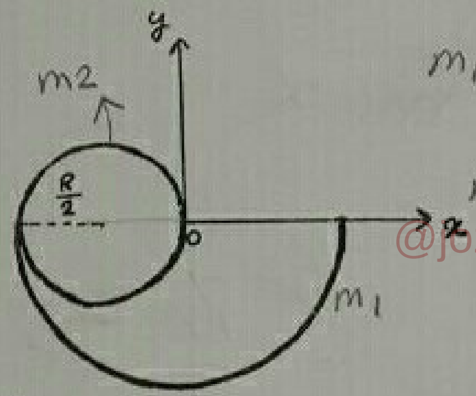
$$y_{com} = \frac{1}{M}\int y\,dm = \frac{1}{\rho\pi R}\int R\sin\theta(\rho R)d\theta$$

$$= \frac{R}{\pi}\int \sin\theta\, d\theta = -\frac{R}{\pi}\cos\theta\Big|_{-\pi}^{0}$$

$$\boxed{y_{com} = -\frac{2R}{\pi}}$$

ب) درون این نیم‌حلقه، حلقه‌ای به همان جرم و شعاع $\frac{R}{2}$ جوش می‌دهیم. حال مختصات مرکز جرم (مجموعه) را در دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل، به دست آورید.

(۴ نمره)



$m_1 \rightarrow (0, -\frac{2R}{\pi})$ مرکز جرم میله در قسمت الف

$m_2 \rightarrow (-\frac{R}{2}, 0)$ مرکز جرم حلقه

$m_1 = m_2 = m$

$$x_{com} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m(0) + m(-\frac{R}{2})}{2m} = -\frac{R}{4}$$

$$y_{com} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2} = \frac{m(-\frac{2R}{\pi}) + m(0)}{2m} = -\frac{R}{\pi}$$

مختصات مرکز جرم مجموعه $\left| \begin{matrix} -\frac{R}{4} \\ -\frac{R}{\pi} \end{matrix} \right.$

«موفق باشید»

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

@jozve_iut

میان ترم ۹۴۱

@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

به نام ِ خدا

دانشگاه صنعتی‌اصفهان ـ دانشکده‌ی فیزیک

امتحان میان ترم فیزیک ۱

پنج شنبه ۱۴ آبان ۱۳۹۴ زمان امتحان: ۱۱۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:――――――――-شماره‌ی دانشجویی:――――――――

شماره‌ی تالار:――――――――――――شماره‌ی صندلی:――――――-

توجه:

امتحان شامل ۷ مسئله می‌باشد.

به هیچ پرسشی پاسخ داده نمی‌شود.

برگه‌ها نباید از هم جدا شوند.

از قسمت‌های تعیین شده، به عنوان پیش‌نویس استفاده کنید.

استفاده از ماشین حساب، موبایل و قلم قرمز ممنوع می‌باشد.

@jozve_iut

سؤال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	جمع
نمره								

اطلاعات:

۱ـ می‌توانید فرض کنید: $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$

۲ـ $sin۳۷^o = ۰/۶, tan۳۷^o = \frac{۳}{۴}$

پیش‌نویس

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۱. باران با زاویه‌ی ۳۷^o درجه نسبت به راستای‌قائم با سرعت ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ به سمت غرب می‌بارد. نوجوانی به سمت شرق با سرعت $۲\frac{m}{s}$ می‌دود. نوجوان با چه زاویه‌ای باران را نسبت به راستای قائم می‌بیند؟ (۴نمره)

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

@jozve_iut

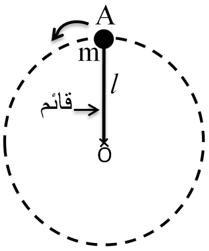
پیش‌نویس

۲. گلوله‌ای به جرم m به انتهای میله‌ی صلب و سبکی به طول l جوش خورده است و این میله، آزادانه حول انتهای دیگرش در صفحه‌ی قائم دوران می‌کند.

الف) برای لحظه‌ای که گلوله به بالاترین نقطه‌ی دایره (A) می‌رسد، نمودار جسم آزاد گلوله را رسم کنید.

ب) سرعت گلوله در نقطه‌ی A را V_A فرض کرده و برای $l = ۱۰m$، $m = ۱kg$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$، اندازه و جهت نیرویی که میله در نقطه‌ی A بر گلوله وارد می‌کند را برای سه حالت $V_A = ۵\frac{m}{s}$، $V_A = ۱۰\frac{m}{s}$ و $V_A = ۲۰\frac{m}{s}$ پیدا کنید.

(۳ نمره)



@jozve_iut

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

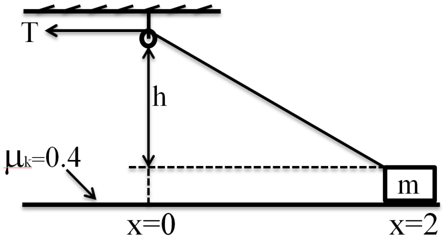
۳. جسمی به جرم m به وسیله‌ی ریسمان سبکی که از روی قرقره‌ی کوچکی عبور کرده است، مطابق شکل بر روی **سطح افقی** با ضریب اصطکاک $\mu_k = ۰/۴$ شتاب می‌گیرد. کشش ریسمان ثابت و برابر $T = ۰/۵mg$ است.قرقره در فاصله‌ی قائم h از لبه‌ی بالایی m قرار دارد.

الف) نمودار جسم آزاد را رسم کنید.

ب)شتاب جسم در $x = \frac{۴}{۳}h$ چقدر است؟

ج) بیشینه‌ی (ماکزیمم) شتاب m در چه مقداری از x (بر حسب h) حاصل می‌شود؟

(۶ نمره)



@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

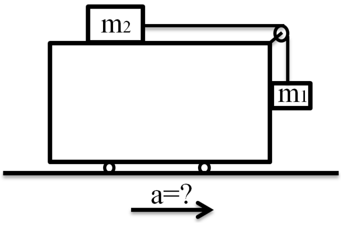
پیش‌نویس

۴. الف) ارابه‌ی نشان داده شده در شکل با چه شتابی (به سمت راست) حرکت کند تا $m_۱$ و $m_۲$ نسبت به ارابه ساکن بمانند. قرقره و نخ سبک و سطوح بدون اصطکاک‌اند و $m_۲ = ۳m_۱$ (نمودار جسم آزاد $m_۱$ و $m_۲$ را جدا جدا رسم کنید.)

ب) فرض کنید ارابه با شتاب $a = \frac{۱}{۲}g$ به سمت راست حرکت کند. در این حالت، اندازه و جهت شتاب $m_۲$ را نسبت به ارابه تعین کنید.

(۶ نمره)

پیش‌نویس: پشت برگه



@jozve_iut

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

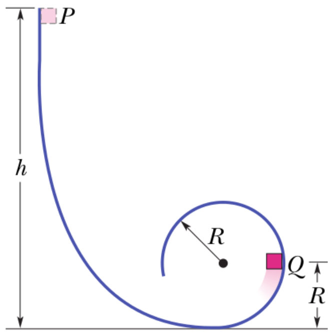
۵. در یک سیرک، دوچرخه‌سواری بدون پا زدن، روی مسیر بدون اصطکاک نشان داده شده در شکل، از حالت سکون از نقطه‌ی P شروع به پائین رفتن می‌کند تا به نقطه‌ی C برسد.(کل دوچرخه را یک ذره‌ی کوچک به جرم m فرض کنید.)

الف) حداقل ارتفاع h را طوری به دست آورید که در تمام اوقات دوچرخه در تماس با مسیر باقی بماند. حلقه‌ی دایره‌ای به شعاع R است.

ب) اگر مسیر دارای اصطکاک باشد و دوچرخه از ارتفاع $h = ۲/۵R$ شروع به حرکت کند، دوچرخه به نقطه‌ی Q مسیر می‌رسد و از آن بالاتر نمی‌رود. کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک چه مقدار است؟

(۶ نمره)

پیش‌نویس: پشت برگه



@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

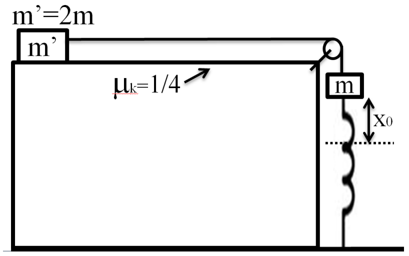
۶. در شکل زیر، فنر به زمین وبه جرم m جوش خورده و در امتداد قائم قرار دارد. نخ، فنر و قرقره سبک‌اند، محور قرقره اصطکاک ندارد، طول نخ ثابت و ضریب کشسانی فنر k و ضریب اصطکاک بین $m' = ۲m$ و سطح افقی زیر آن $\mu_k = \frac{۱}{۴}$ می‌باشند. در لحظه‌ای که m' را از حال سکون رها می‌کنیم، کشیدگی فنر را برابر $x_۰ = \frac{mg}{k}$ فرض کنید.

الف) حداکثر سرعت مشترک m و m' را بر حسب $x_۰$ حساب کنید.

ب) حداکثر فشردگی فنر را بر حسب $x_۰$ به‌دست آورید.

(۵ نمره)

پیش‌نویس: پشت برگه



@jozve_iut

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

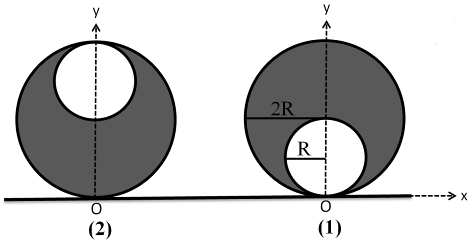
۷. فرض کنید درون کره‌ی توپر و همگنی به شعاع $2R$، یک حفره‌ی کروی به شعاع R، مطابق شکل ۱ ایجاد کرده باشیم.

الف) در حالت شکل ۱ فاصله‌ی مرکز جرم دستگاه از نقطه‌ی O را بر حسب R به‌دست آورید. $(y_{cm} =?)$

ب) اگر این دستگاه را به صورت شکل ۱ از حال سکون روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، رها کنیم، عملا تغییر وضعیت داده و نهایتا به وضعیت شکل ۲ در می‌آید. جابجایی مرکز جرم را در دو امتداد افقی و قائم پیدا کنید. $(\Delta y_{cm} =?, \Delta x_{cm} =?)$

(۵ نمره)

پیش‌نویس: پشت برگه



کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

@jozve_iut

سخن را زیوری جز راستی نیست. (جامی)

«موفق باشید»

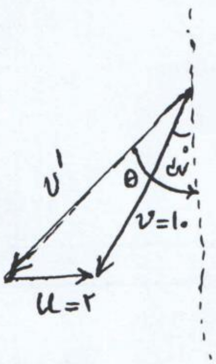
پاسخ میان ترم ۹41

@jozve_iut

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | jozve_iut@

۱. باران با زاویه‌ی ۳۷° درجه نسبت به راستای‌قائم با سرعت ثابت ۱۰ $\frac{m}{s}$ به سمت غرب می‌بارد. نوجوانی به سمت شرق با سرعت ۲ $\frac{m}{s}$ می‌دود. نوجوان با چه زاویه‌ای باران را نسبت به راستای قائم می‌بیند؟ (۴نمره)

v ، u ، v' ، $\theta = ?$



باران = P

نوجوان = S'

زمین = S

$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$

$$\tan\theta = \frac{۲ + v\sin ۳۷°}{v\cos ۳۷°} = \frac{۲ + ۱۰ \times ۰/۶}{۱۰ \times ۰/۸}$$

$$= \frac{۲+۶}{۸} = ۱ \rightarrow \theta = ۴۵°$$

@jozve_iut

پیش‌نویس

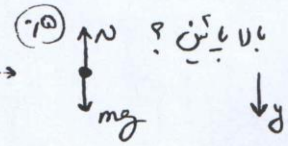
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۲. گلوله‌ای به جرم m به انتهای میله‌ی صلب و سبکی به طول l جوش خورده است و این میله، آزادانه حول انتهای دیگرش در صفحه‌ی قائم دوران می‌کند.

الف) برای لحظه‌ای که گلوله به بالاترین نقطه‌ی دایره (A) می‌رسد، نمودار جسم آزاد گلوله را رسم کنید.

ب) سرعت گلوله در نقطه‌ی A را V_A فرض کرده و برای $l = 10m$، $m = 1kg$ و $g = 10\frac{m}{s^2}$، اندازه و جهت نیرویی که میله در نقطه‌ی A بر گلوله وارد می‌کند را برای سه حالت $V_A = 5\frac{m}{s}$، $V_A = 10\frac{m}{s}$ و $V_A = 20\frac{m}{s}$ پیدا کنید.

(۳ نمره)



$\sum \vec{F} = m\vec{a}$: جهت دقت، انتهایی

$$mg - N = m\frac{v_A^2}{l} \Rightarrow \boxed{N = mg - m\frac{v_A^2}{l}}$$

برای $v = 5 m/s$: $N = m(g - \frac{v_A^2}{l}) = 1 \times (10 - \frac{25}{10}) = 7/5\ N$

جهت انتخابی برای $\vec{N}$ درست است. میله نیرویی به طرف بالا بر گلوله وارد می‌کند.

برای $v = 10 m/s$: $N = 1 \times (10 - \frac{100}{10}) = 0$

میله نیرویی بر گلوله وارد نمی‌کند.

برای $v = 20 m/s$: $N = 1 \times (10 - \frac{400}{10}) = -30\ N$

میله نیرویی به سمت پایین بر گلوله وارد می‌کند.

@jozve_iut

پیش‌نویس

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

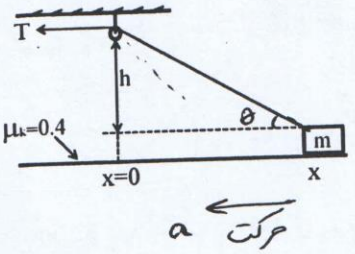
۳. جسمی به جرم m به وسیله‌ی ریسمان سبکی که از روی قرقره‌ی کوچکی عبور کرده است، مطابق شکل بر روی **سطح افقی** با ضریب اصطکاک $\mu_k = ۰/۴$ شتاب می‌گیرد. کشش ریسمان ثابت و برابر $T = ۰/۵mg$ است. قرقره در فاصله‌ی قائم h از لبه‌ی بالایی m قرار دارد.

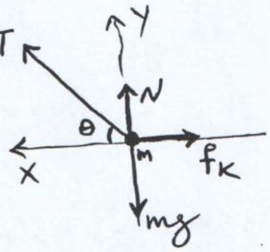
الف) نمودار جسم آزاد را رسم کنید.

ب) شتاب جسم در $x = \frac{۴}{۳}h$ چقدر است؟

ج) بیشینه‌ی (ماکزیمم) شتاب m در چه مقداری از x (بر حسب h) حاصل می‌شود؟

(۶ نمره)





ب:

جسم مورد نظر: m: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

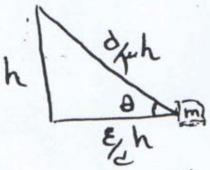
$$x: \; T\cos\theta - f_k = ma \quad ① \quad , \quad f_k = \mu_k N = \mu_k(mg - T\sin\theta)$$

$$y: \; N + T\sin\theta = mg$$

@jozve_iut

$$① \rightarrow \boxed{T\cos\theta - \mu_k(mg - T\sin\theta) = ma} \quad (*)$$

در $x = \frac{۴}{۳}h$:



$$\sin\theta = \frac{h}{\frac{۵}{۳}h} = \frac{۳}{۵}$$

$$\cos\theta = \frac{\frac{۴}{۳}h}{\frac{۵}{۳}h} = \frac{۴}{۵}$$

$$\xrightarrow[\text{و } T = ۰/۵mg]{\text{در } x = \frac{۴}{۳}h} \frac{۱۲}{۱۰۰}mg = ma \rightarrow \boxed{a = ۰/۱۲g}$$

شتاب جسم در $x = \frac{۴}{۳}h$

ج: برای یافتن بیشینه شتاب m، از (*) نسبت به θ مشتق می‌گیریم:

$$\frac{-T\sin\theta + \mu_k T\cos\theta}{m} = \frac{da}{d\theta} \xrightarrow{da/d\theta = ۰}$$

$$\Rightarrow \tan\theta_{max} = \mu_k = ۰/۴ \rightarrow \frac{h}{x} = ۰/۴ \rightarrow x = \frac{۱۰}{۴}h$$

$$\boxed{x = ۲/۵h}$$

زاویه‌ای که در آن a، ماکزیمم است.

مکانی که شتاب m در آن‌جا ماکزیمم می‌شود.

پیش نویس

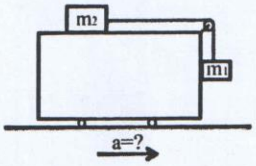
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۴. الف) ارابه‌ی نشان داده شده در شکل با چه شتابی (به سمت راست) حرکت کند تا m_1 و m_2 نسبت به ارابه ساکن بمانند. قرقره و نخ سبک و سطوح بدون اصطکاک‌اند و $m_2 = 3m_1$ (نمودار جسم آزاد m_1 و m_2 را جدا جدا رسم کنید.)

ب) فرض کنید ارابه با شتاب $a = \frac{1}{2}g$ به سمت راست حرکت کند. در این حالت، اندازه و جهت شتاب m_2 را نسبت به ارابه تعین کنید.

(۶ نمره)

پیش‌نویس: پشت برگه



حل: وقتی m_1 و m_2 نسبت به ارابه ساکن اند از نظر ناظر زمینی، شتابی برابر $\vec{a}$ برای m_1 و m_2 در نظر می‌گیریم.

جسم منزوی: m_1 : (نیروها: T ، N ، $m_1 g$) ؛ $\sum \vec{F} = m_1 \vec{a}$

$$x: N = m_1 a \qquad y: T = m_1 g \quad (1)$$

جسم منزوی: m_2 : (نیروها: N_2 ، T ، $m_2 g$) ؛ $\sum \vec{F} = m_2 \vec{a} \xrightarrow{x:} T = m_2 a \quad (2)$

$$\to (1) = (2) \to \boxed{a = \frac{1}{3} g}$$

ب: اگر ارابه با شتاب $a = \frac{1}{2}g$ به سمت راست حرکت کند، یعنی با شتابی بیشتر از $a = \frac{1}{3}g$ ، آنگاه m_2 نسبت به ارابه خواهد لغزید. (**فرض می‌کنیم** با شتاب a' در به سمت چپ می‌لغزد)

(و آنگاه m_1 نیز به سمت بالا با شتاب a' نسبت به ارابه می‌لغزد)

جسم منزوی: m_1 : (نیروها: T' ، N ، $m_1 g$) ؛ $\sum \vec{F} = m_1 \vec{a} \Rightarrow$

$$x: N = m_1 a \qquad T' - m_1 g = m_1 a' \quad (1)$$

جسم منزوی: m_2 : (T') ؛ x : $\sum \vec{F} = m_2 \vec{a} \Rightarrow T' = m_2 a_2 \quad (2)$

$\vec{\text{شتاب } m_2 \text{ نسبت به زمین}} = \vec{\text{شتاب } m_2 \text{ نسبت به ارابه}} + \vec{\text{شتاب ارابه}}$: $\boxed{a_2 = a - a'} \quad (3)$

T' ، a_2 ، a' سه معادله سه مجهول (۱) ، (۲) ، (۳)

$$(1) = (2): m_1 g + m_1 a' = m_2 (a - a') \to \frac{1}{2} m_1 g = 4 m_1 a' \to \boxed{a' = \frac{1}{8} g}$$

@jozve_iut
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

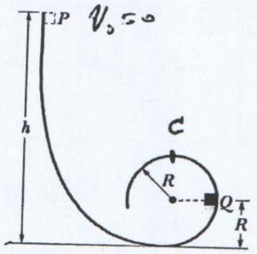
۵. در یک سیرک، دوچرخه‌سواری بدون پا زدن، روی مسیر بدون اصطکاک نشان داده شده در شکل، از حالت سکون از نقطه‌ی P شروع به پائین رفتن می‌کند تا به نقطه‌ی C برسد.(کل دوچرخه را یک ذره‌ی کوچک به جرم m فرض کنید.)

الف) حداقل ارتفاع h را طوری به دست آورید که در تمام اوقات دوچرخه در تماس با مسیر باقی بماند. حلقه‌ی دایره‌ای به شعاع R است.

ب) اگر مسیر دارای اصطکاک باشد و دوچرخه از ارتفاع $h = ۲/۵R$ شروع به حرکت کند، دوچرخه به نقطه‌ی Q مسیر می‌رسد و از آن بالاتر نمی‌رود. کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک چه مقدار است؟

(۶ نمره)

پیش‌نویس: پشت برگه



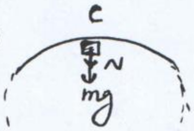
پایستگی انرژی مکانیکی: $E_P = E_C$

$mgh = mg2R + \frac{1}{2} m v_C^2$

① $gh = g2R + \frac{1}{2} v_C^2$

h زمانی حداقل است که طبق رابطه‌ی ۱، v_C حداقل باشد. و v_C زمانی حداقل است که:

نمودار جسم آزاد در نقطه‌ی C:



در نقطه‌ی C: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$mg + N = m\frac{v_C^2}{R}$ ← v_C وقتی حداقل است → $N = 0$

$\Rightarrow v_{C\,min}^2 = Rg$ → در رابطه‌ی ① → $gh = g2R + \frac{1}{2}Rg$

$\Rightarrow h_{min} = 2.5R$

ب: اگر مسیر دارای اصطکاک باشد: m به Q می‌رسد و از آن بالاتر نمی‌رود (یعنی m در نقطه‌ی Q، ساکن می‌شود)

پایستگی انرژی مکانیکی: $E_P = E_Q$

$mgh = mgR + E_{thermal}$ (گرمای تولید شده) $\rightarrow E_{thermal} = mg(h-R)$

کار نیروی اصطکاک $= -E_{th} = mg(R-h) = -1.5mgR$

راه ۲: $W_{کل} = \Delta K = K_Q - K_P \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = 0 \Rightarrow W_{f_k} = -W_{mg} = mg(R-h)$

@jozve_iut
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۶. در شکل زیر، فنر به زمین و به جرم m جوش خورده و در امتداد قائم قرار دارد. نخ، فنر و قرقره سبک‌اند، محور قرقره اصطکاک ندارد، طول نخ ثابت و ضریب کشسانی فنر k و ضریب اصطکاک بین $m' = 2m$ و سطح افقی زیر آن $\mu_k = 0$ می‌باشند. در لحظه‌ای که m' را از حال سکون رها می‌کنیم، کشیدگی فنر را برابر $x_0 = \frac{mg}{k}$ فرض کنید.

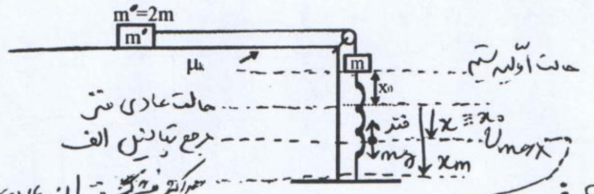
یعنی در لحظهٔ اولیه، فنر به اندازهٔ $x_0 = \frac{mg}{k}$ کشیده شده است.

الف) حداکثر سرعت مشترک m و m' را بر حسب x_0 حساب کنید.

ب) حداکثر فشردگی فنر را بر حسب x_0 به‌دست آورید.

(۵ نمره)

پیش‌نویس: پشت برگه



حداکثر سرعت مشترک m و m'، در جایی است که $a = 0$ و یا در واقع، در نقطهٔ تعادل در نیروی فنر و mg است:

نیروی فنر ↑ m ↓ mg

$kx = mg \rightarrow \boxed{x = \frac{mg}{k}} \equiv x_0$

فشردگی فنر در جایی که سرعت m و m' ماکزیمم است.

از این نقطه به بعد، $T = 0$ می‌شود و جسم m مستقل از m' حرکت می‌کند.

انرژی حالتی که جسم m و m' سرعت مشترک max دارند = انرژی حالت اولیه سیستم (مرجع پتانسیل)

$$mg\,2x_0 + \frac{1}{2}kx_0^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}m'v_{max}^2 + \frac{1}{2}k(x_0)^2$$

انرژی ذخیره شده در فنر کشیده شده — جسم‌ها ساکن‌اند — انرژی پتانسیل گرانشی m — فشردگی فنر نسبت به طول آزاد فنر

$$\rightarrow mg\,2x_0 = \frac{3}{2}mv_{max}^2 \rightarrow v_{max}^2 = \frac{4}{3}gx_0 \rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{4}{3}gx_0}$$

ب: $x_m = ?$ حداکثر فشردگی فنر

با نوشتن انرژی کل فقط برای جسم m

انرژی حالتی که فنر حداکثر فشردگی را دارد = انرژی حالتی که سرعت m، m' max است (در این حالت جسم m' مستقل از m حرکت می‌کند) (مرجع پتانسیل)

پتانسیل گرانشی m — m ساکن است

$$mg(x_m - x_0) + \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}kx_m^2$$

ادامه حل سوال ۶:

$$-mgx_0 + \frac{1}{2} m \frac{4}{3} g x_0 + \frac{1}{2} K x_0^2 = \frac{1}{2} K x_m^2 - mgx_m$$

$$K = \frac{mg}{x_0}$$

$$-\frac{1}{3} mgx_0 + \frac{1}{2} \frac{mg}{x_0} x_0^2 = \frac{1}{2} K x_m^2 - mgx_m$$

$$+\frac{1}{6} mgx_0 = \frac{1}{2} K x_m^2 - mgx_m \rightarrow \boxed{x_m^2 - 2x_0 x_m - \frac{1}{3} x_0^2 = 0}$$

$$x_m = \frac{+2x_0 \pm \sqrt{4x_0^2 + 4/3\, x_0^2}}{2} = \frac{2x_0 \pm \frac{4}{3} x_0 \sqrt{3}}{2} = x_0 \pm \frac{2}{3} x_0 \sqrt{3}$$

جواب + قابل قبول

$$x_m = x_0 + \frac{2}{3} x_0 \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{x_m = x_0 \left[1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]}$$

بیشترین فشردگی فنر

راه دوم برای قسمت دوم سوال: $x_m = ?$

با پایستگی انرژی در کل سیستم:

انرژی حالت اولیه سیستم = انرژی حالتی که فنر حداکثر فشردگی را دارد (مرجع پتانسیل)

$$0 + mg(x_m + x_0) + \frac{1}{2} K x_0^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} K x_m^2 + \frac{1}{2} m' v_{max}^2$$

- اجسام ساکن اند
- انرژی ذخیره شده در فنر کشیده شده به اندازه x_0
- m ساکن است
- پتانسیل گرانشی m
- انرژی ذخیره شده در فنر فشرده شده به اندازه x_m
- انرژی که m' دارد و به صورت مستقل حرکت خود را ادامه میدهد

$$\rightarrow mgx_m + mgx_0 + \frac{1}{2} \frac{mg}{x_0} x_0^2 = \frac{1}{2} \frac{mg}{x_0} x_m^2 + \frac{1}{2} 2m \times \frac{4}{3} g x_0$$

$$\rightarrow x_m^2 - 2x_0 x_m - \frac{1}{3} x_0^2 = 0 \Rightarrow \cdots\ x_m = x_0 \left[1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$$

@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

میان ترم 921

@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۹۲/۸/۹

امتحان میان‌ترم فیزیک ۱

یک صفحه‌ی افقی، در هر دقیقه $\frac{۹}{\pi}$ دور می‌زند (پادساعتگرد). شعاع صفحه $R = ۱۰m$ است و شخصی بر لبه‌ی این صفحه نشسته است.

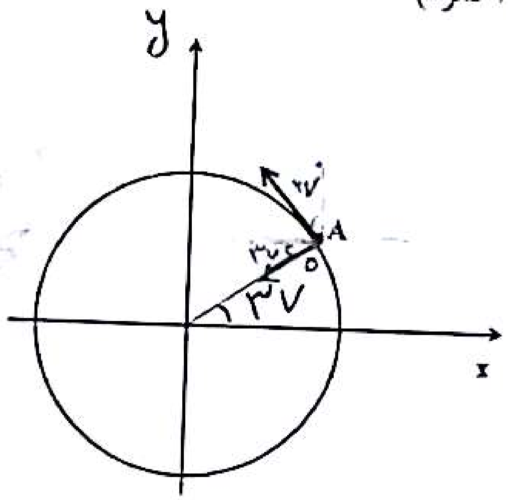
الف) در نقطه‌ی A، شتاب مرکزگرای شخص را بر حسب $\hat{i}$ و $\hat{j}$ بنویسید.

ب) در نقطه‌ی A، سرعت شخص را بر حسب $\hat{i}$ و $\hat{j}$ بنویسید.

ج) اگر شخص در نقطه‌ی A، سکه‌ای را با سرعت اولیه‌ی $۱/۸m/s$ نسبت به خودش به طور افقی (به موازات جهت مثبت محور x) پرتاب کند، اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی سکه در نقطه‌ی A را نسبت به زمین به دست آورید.

($cos۳۷^o = ۰/۸$ و $sin۳۷^o = ۰/۶$)

(۶ نمره)



@jozve_iut

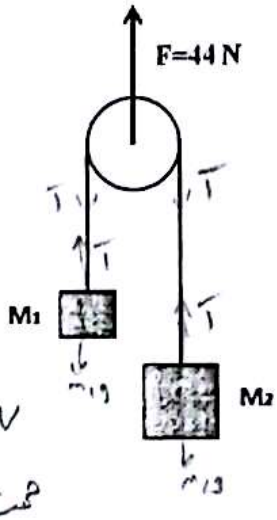
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۲. مطابق شکل، قرقره‌ی ماشین آتود را با نیروی ثابت ۴۴ نیوتن در امتداد قائم به سمت بالا می‌کشیم.
$M_1 = 1Kg$ ، $M_2 = 2Kg$ ، جرم قرقره ناچیز و از اصطکاک محور قرقره صرفنظر می‌کنیم.

الف) نمودار جسم آزاد را برای قرقره رسم کنید و مقدار نیروی کشش نخ را به دست آورید.

ب) نمودار جسم آزاد را برای M_1 رسم کرده و اندازه و جهت $\vec{a_1}$ (شتاب M_1) نسبت به زمین را پیدا کنید.

ج) نمودار جسم آزاد را برای M_2 رسم کرده و اندازه و جهت $\vec{a_2}$ (شتاب M_2) نسبت به زمین را پیدا کنید.



(۶ نمره)

$F - 2T = m'a \Rightarrow F = 2T \Rightarrow T = 22\ N$ (1)

(جرم قرقره: صفر)

$T - m_1 g = m_1 a_1 \Rightarrow 22 - 10 = 1 \times a_1 \Rightarrow a_1 = 12\ N$ (1)

شتاب m_1 نسبت به زمین

(0/5) جهت شتاب به سمت بالا

@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

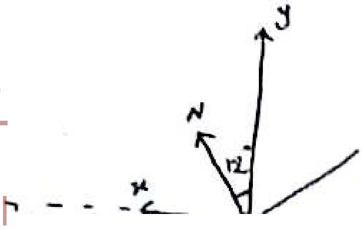
۳. شیب عرضی پیچ جاده‌ای ۱۲° است. اگر مسیر دایره‌ای افقی به شعاع $R =$ ۲۰۰m و ۰٫۲ = μ_s باشد، با رسم نمودار جسم آزاد در هر مرحله زیر، مطلوب است محاسبه‌ی:

الف) سرعت v_0 برای خودروها به طوری که $f_s = 0$ باشد.

ب) کمترین سرعت ممکن (v_{min}) برای عدم لغزش خودروها.

(cos ۱۲° = ۰٫۹۸ و tan ۱۲° ≃ sin ۱۲° = ۰٫۲)

(۷ نمره)



@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

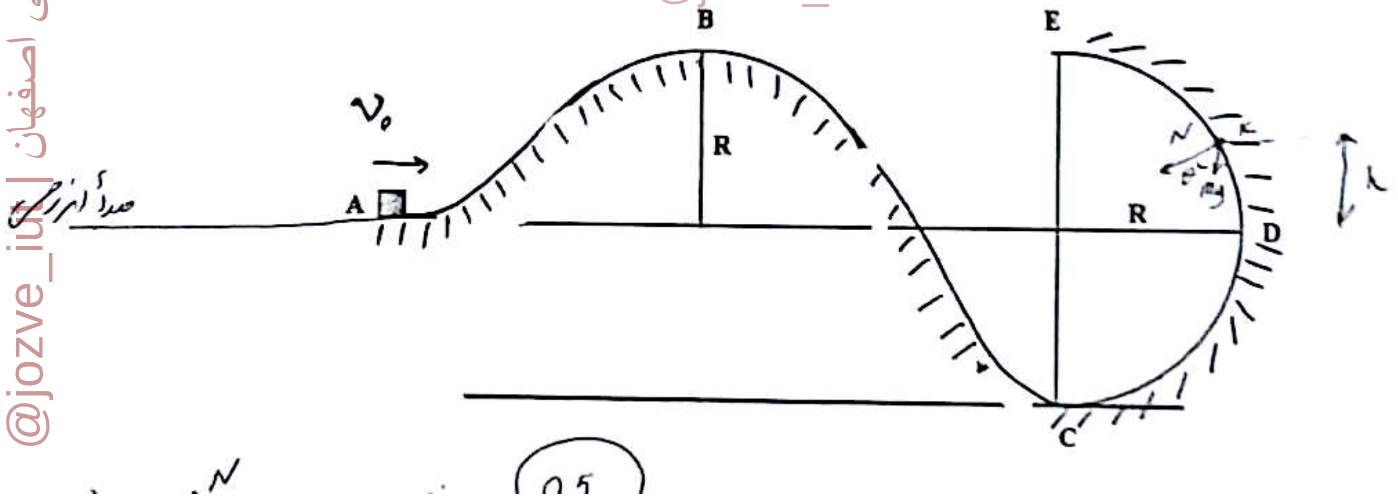
۴. سطح تانم و بدون اصطکاک $ABCDE$ زیر را در نظر بگیرید. جسم کوچک m در نقطه‌ی A سرعتی برابر با v_0 دارد.

الف) v_0 چه مقادیری (بر حسب g و R) می‌تواند داشته باشد تا جسم بتواند مسیر AB را بدون اینکه از مسیر جدا شود، بپیماید.(نمودار جسم آزاد جسم را درنقطه‌ی B رسم کنید.) (۳ نمره)

ب) اگر این جسم از نقطه‌ی B از حال سکون به سمت راست شروع به حرکت کند، حداکثر تا چه ارتفاعی (بر حسب R) از نقطه‌ی D می‌تواند بالا رود و تماسش با مسیر $BCDE$ قطع نشود؟ (نمودار جسم آزاد جسم را در ارتفاع مورد نظر رسم کنید.) (۵ نمره)

(۸ نمره)

@jozve_iut



@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

۵. در شکل زیر، جسم کوچک $m = 4Kg$ به فنری با ثابت فنر $K = 100\sqrt{2}N/m$ متصل است. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح شیبدار $\mu_k = 0/25$ است ($\theta = 45^\circ$). در نقطه‌ی A در حالی‌که فنر در حالت عادی است، دستگاه را از حالت سکون رها می‌کنیم.

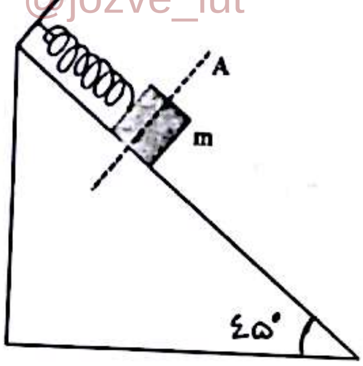
الف) حداکثر مقدار کشیدگی فنر را بیابید.

ب) در چه فاصله‌ای از نقطه‌ی A، سرعت جسم بیشینه می‌شود.

ج) جرم m در مجموع چه مسافتی را (تقریباً) طی می‌کند تا بالاخره به سکون نهایی برسد؟
(اصطکاک ایستایی وارد بر جسم را در این لحظه ناچیز فرض کنید)

(۸ نمره)

@jozve_iut



۲

۲/۵ نمره

$W = \sum \Delta U + \Delta K = mgH \sin\theta + \frac{1}{2} k u^2$

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

@jove_iut

www.jozve-iut.ir